

ARTIGO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ESCOLA NACIONAL DE CIÊNCIAS
ESTATÍSTICAS - ENCE**

**MESTRADO EM ESTUDOS POPULACIONAIS E
PESQUISAS SOCIAIS**

**ESTUDO DA MORTALIDADE DOS
SERVIDORES PÚBLICOS CIVIS DO
ESTADO DE SÃO PAULO: TÁBUA DE
MORTALIDADE DESTINADA AOS
REGIMES PRÓPRIOS DE PREVIDÊNCIA
SOCIAL**

Luciano Gonçalves de Castro e Silva

“A TÁBUA DE MORTALIDADE DO RPPS DO ESTADO DE SÃO PAULO”

1) Introdução

A Previdência Social é um dos maiores programas sociais oferecidos pelo Estado a todos os servidores públicos e trabalhadores da iniciativa privada, e é juntamente com a Assistência Social e a Assistência à Saúde, uma das componentes da Seguridade Social no Brasil. Falando especificamente da previdência pública, todas as unidades federativas que possuam Regime Próprio de Previdência Social – RPPS têm por obrigação proceder a avaliações atuariais com periodicidade anual conforme as normas legais. Essas avaliações destinam-se a estimar o valor dos compromissos dos Sistemas Previdenciários, previstos no seu plano de benefícios, ou seja, as chamadas Reservas Matemáticas de Benefícios Concedidos (RMBC) e Reservas Matemáticas de Benefícios a Conceder (RMBAC). Um Sistema de Previdência é calcado em três bases principais: a Base Normativa, a Base Cadastral e a Base Atuarial. A Base Normativa diz respeito a todas as leis que regem a previdência pública, a Base Cadastral diz respeito ao cadastro individualizado dos dados de cada um dos indivíduos participantes do sistema previdenciário e a Base Atuarial está relacionada com todas as premissas e hipóteses utilizadas pelo atuário para a realização do cálculo atuarial. Nos dias de hoje, a maior dificuldade dentro da Base Atuarial, depois da estimativa da taxa de juros e da taxa de crescimento de salários / benefícios é sem dúvida nenhuma a escolha da tábua de mortalidade a ser utilizada para aquela população específica. Por conseguinte, a qualidade da estimativa dessas Reservas Matemáticas está diretamente relacionada, dentre outras causas, à tábua de mortalidade utilizada no cálculo atuarial. Os Regimes Próprios de Previdência Social carecem de tábuas de mortalidade específicas, que realmente reflitam as características biométricas de sua população e têm utilizado tábuas importadas que carregam consigo características de determinados grupos populacionais de outros países, com culturas distintas e experiências de mortalidade diferentes dos servidores públicos brasileiros. Com o objetivo de preencher parte dessa lacuna existente, foram construídas a partir de dados cadastrais dos servidores públicos civis do poder executivo do Estado de São Paulo no período de 1990 a 2005, tábuas de mortalidade específicas, desagregando-se pelo sexo masculino e sexo feminino, uma vez que a literatura internacional aponta a existência de um claro diferencial nos níveis de mortalidade para homens e mulheres. Nesse trabalho, como outro objetivo importante, foi feita também uma análise da variação da mortalidade dos participantes do RPPS de São Paulo ao longo dos anos de estudo, visto que existe uma forte tendência da queda da mortalidade com o passar do tempo, nos diversos grupos sociais existentes.

2) As Tábuas de Mortalidade

A história nos revela que a primeira tábua de mortalidade que se tem notícia foi organizada na época da Roma Clássica pelo prefeito Domitius Ulpianos (Ferreira, 1985, v.II, p.208) que estudou os documentos sobre nascimentos e mortes, mas foi apenas no século XVII, na Inglaterra, que começaram as primeiras tentativas de cálculo da probabilidade de sobrevivência dos indivíduos, onde o marco inicial foi o trabalho realizado pelo mascate (*haberdasher*) inglês John Graunt.

O trabalho de Graunt, considerado por muitos pesquisadores como o pai da Ciência Atuarial, serviu como estímulo para uma série de outros trabalhos na pesquisa das tábuas de sobrevivência, com destaque para as tábuas de vida de Halley, publicadas pelo astrônomo inglês Edmond Halley (o pai do famoso cometa) em 1693, para o trabalho do francês Abraham de Moivre (1725), dos ingleses Joshua Milne (1815) e Benjamim Gompertz (1825) e também o estudo de William Makeham (1860), dentre outros.

Sintetiza-se a tábua de mortalidade, também chamada de tábua de vida ou mesmo tábua de sobrevivência, como um instrumento teórico que permite medir as probabilidades de sobreviver ou morrer em determinado período, para uma população exposta a este risco, em função da idade. Essa ferramenta fornece a mais completa descrição estatística da mortalidade de um determinado grupo de indivíduos, constitui a base do modelo de população estacionária¹ e sua técnica é amplamente utilizada por demógrafos, atuários e estatísticos ao redor do mundo, despertando também interesse nos inúmeros profissionais que trabalham com políticas públicas, notadamente aquelas ligadas à saúde, previdência social, serviço social e planejamento estratégico.

As tábuas de mortalidade são classificadas em função de duas características específicas: quanto a sua forma de construção e quanto ao intervalo de idades. Com relação à forma de construção as tábuas podem ser de dois tipos: Longitudinais ou Transversais; com relação ao intervalo de idades, são classificadas em Abreviadas ou Completas.

Para construir uma Tábua de Vida Longitudinal, deve-se observar uma coorte² de indivíduos (de determinada região) durante um intervalo de tempo que vai do nascimento dos indivíduos até a morte do último indivíduo, ou seja, até a extinção do grupo. Desta forma conseguir-se-ia apurar, para cada uma das idades ou mesmo por faixas etárias, o número de pessoas

¹ Ver Namboodiri (1996, p.172-76), Newell (1998, p.120-22), Rowland (2003, p.268) e Weeks (2005, p.333-34).

² Conjunto de pessoas que têm em comum um atributo relativo a um dado período de tempo.

expostas ao risco de morte e dentre estas pessoas, aquelas que faleceram em um determinado período de tempo. Coletadas essas informações, divide-se o número de óbitos em cada idade x pelo número de expostos ao risco com mesma idade, obtendo a chamada de Taxa Específica Mortalidade (TEM). A partir desse processo utiliza-se a metodologia que fornecerá o melhor ajuste para a curva de mortalidade em função dessas taxas específicas calculadas. A Tábua de Mortalidade Longitudinal também é chamada de Tábua por Gerações ou ainda Tábua por Coorte. Apesar desse tipo de tábua apresentar a vantagem de obtermos as taxas de mortalidade de um único grupo específico em diferentes idades, esse método empírico é completamente impraticável, pois se levaria muito tempo para coletar os dados de toda uma geração, entre o nascimento das pessoas e a extinção do grupo.

Na prática, as tábuas mais utilizadas são as Tábuas de Vida Transversais. Essas tábuas são construídas a partir da experiência de mortalidade observada durante um curto período de tempo (por exemplo, 1, 5 ou 10 anos), por todas as gerações/coortes de uma população real. Desta forma, observa-se uma coorte hipotética de indivíduos que estarão expostos, em cada idade, à força de mortalidade μ_x do instante em que foi coletada a informação. Isso é o que se chama de coorte sintética. As Tábuas de Mortalidade Transversais também são chamadas de Tábuas de Momento.

Com relação ao intervalo de idades, são ditas Tábuas Completas, aquelas em que se pode calcular as chamadas funções da tábua³ para todas as idades variando de 0 a ω (ômega) e são consideradas Tábuas Abreviadas aquelas apresentadas por faixas etárias (normalmente quinquenais ou decenais). Salienta-se que normalmente essas tábuas abreviadas possuem as idades conjugadas em faixas etárias a partir dos 5 anos de idade, apresentando dados de forma completa para cada uma das idades de 0, 1, 2, 3 e 4 anos, uma vez que esse é um intervalo de grande variação da mortalidade, e informação básica para o cálculo da mortalidade infantil e da mortalidade de crianças com até 4 anos.

Para construir uma tábua de vida de abrangência nacional ou mesmo regional, precisa-se conhecer de forma detalhada o quantitativo de pessoas expostas ao risco de morte por idade e a ocorrência dos óbitos nessas diversas idades. Infelizmente apenas as localidades⁴ onde o desenvolvimento político, econômico e social proporcionou uma perfeita

³ Por exemplo: Número de Sobreviventes (l_x), Número de Óbitos (d_x), Probabilidade de Sobrevivência (p_x), Tempo Vivido entre as Idades (L_x), Tempo Vivido da idade atual até a última idade da tábua (T_x), Esperança de Vida na Idade x (e_x), dentre outras funções.

⁴ Países membros da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OECD.

manutenção ao longo do tempo de um banco de registros fidedignos e completos, dispõem de tais estatísticas.

Na prática, as regiões menos desenvolvidas⁵ possuem um conhecimento insuficiente com relação às suas estatísticas vitais⁶. Esta delicada situação desencadeou inúmeros esforços por parte dos estudiosos na demografia, em busca de soluções metodológicas alternativas que conseguissem sanar os problemas das lacunas biométricas existentes. A ferramenta de maior destaque para o conhecimento do comportamento da mortalidade nessas regiões menos favorecidas é chamada de Família de Tábuas-Modelo de Mortalidade.

Entendem-se essas Famílias Modelo como um conjunto de tábuas que contemplam diversos níveis de mortalidade, apresentando a característica específica de um padrão evolutivo de mortalidade ao longo do tempo.

Como se sabe também, a mortalidade em uma população é uma das três componentes que determinam o seu tamanho ao longo do tempo. Pode-se então determinar o quantitativo de pessoas em uma determinada população em um instante de tempo específico, analisando a população em um instante imediatamente anterior e conjugando as três componentes fundamentais: nascimentos, mortes e migrações. A dita equação compensadora ou equação básica da demografia define o tamanho de qualquer população, em qualquer instante de tempo, em função dessas componentes e da população num instante anterior:

$$POP_{(t+1)} = POP_{(t)} + (N_{[t,t+1]} - M_{[t,t+1]}) + (I_{[t,t+1]} - E_{[t,t+1]})$$

Onde:

t = instante de tempo qualquer.

Pop_(t) = população em t.

N_[t,t+1] = nascimentos entre t e t+1.

M_[t,t+1] = mortes entre t e t+1.

I_[t,t+1] = imigração interna entre t e t+1.

E_[t,t+1] = emigração interna entre t e t+1.

Em função do exposto, percebe-se a nítida importância das tábuas de vida como premissas nos estudos demográficos e atuariais, e também no planejamento estratégico governamental, principalmente no que diz respeito às áreas de Previdência Social (estudo da longevidade), Saúde (estudos das causas de morte, vacinas, demanda hospitalar), Educação (população

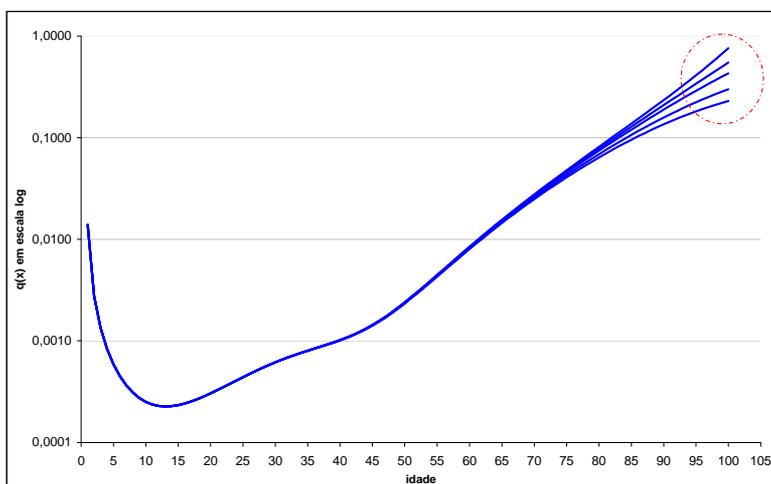
⁵ Países da América Latina e Caribe, África e Sudeste da Ásia.

⁶ Nascimentos e Mortes.

em idade escolar) e Trabalho (população em idade ativa - PIA), dentre outras.

O comportamento da mortalidade apresenta graficamente a forma de um “J”, que é mais ou menos geral para todos os países, sendo que o nível de mortalidade, que sofre influência direta de variáveis como tais como sexo, renda ou escolaridade, assim como a relação existente entre as diversas idades, varia consideravelmente de país para país. Por exemplo, existem países que possuem uma mortalidade infantil e juvenil relativamente baixa com relação à mortalidade das idades adultas e avançadas e existem outros onde acontece o oposto. O Gráfico 1 apresenta um exemplo do formato da curva de mortalidade.

Gráfico 1 - Exemplo de curva de mortalidade (em escala logarítmica)



3) A disseminação de um padrão emergente nas tábuas de mortalidade: as causas externas

As causas de mortalidade vêm se modificando através de várias gerações, tendo como local de início dessa mudança a Europa do século XVIII, onde a melhoria constante nas políticas de saúde pública conjugada ao desenvolvimento socioeconômico, atuou como principal responsável por essa transição (Weinstein & Pillai 2001, p.191). A esse período de substituição das causas tradicionais de mortalidade (como as doenças infecciosas) por outras, até se chegar as causas contemporâneas, dá-se o nome de transição epidemiológica⁷, que possui ligação direta com um

⁷ Para maiores detalhes ver Yaukey *et al.* (2007, pp.121-153).

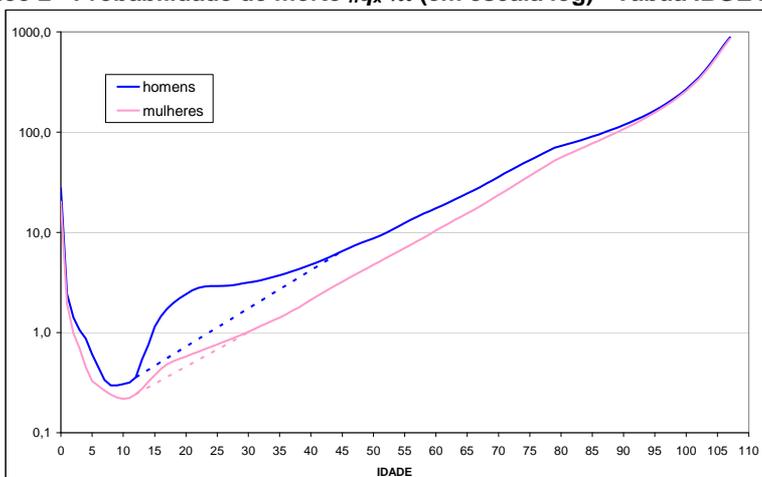
fenômeno mais amplo chamado transição demográfica. Dentro dessas causas de morte contemporâneas deve-se destacar as chamadas causas externas, que mudam significativamente o padrão de “J” da curva de mortalidade conhecido até então.

Segundo a Organização Mundial da Saúde (OMS, 1993) em sua 10ª Revisão da Classificação Internacional de Doenças – CID , o termo “causas externas” refere-se, aos fatores externos ao organismo humano que provocam a morte do indivíduo, tais como:

- Acidentes de transporte;
- Agressões;
- Afogamento e submersão acidentalmente;
- Envenenamento, intoxicação por ou exposição a substâncias nocivas;
- Lesões autoprovocadas voluntariamente;
- Todas as outras causas externas: quedas, contato com animais ou plantas venenosas, contato com fonte de calor, excesso de esforços, exposição à corrente elétrica, à radiação e às temperaturas e pressões extremas do ambiente, exposição às forças da natureza, exposição a forças mecânicas animadas e inanimadas, dentre as principais.

Essas causas externas provocam uma alteração no padrão da mortalidade mundial, normalmente para as idades entre 15 e 40 anos. Inicialmente esse aumento da mortalidade jovem era percebido apenas para os homens, mas atualmente atinge também as mulheres. Na verdade este padrão já tinha sido percebido em 1875 por Thiele, possivelmente causado pelas guerras no caso dos homens (ou, entre as mulheres, pela mortalidade materna). O Gráfico 2 apresenta a probabilidade de morte ${}_nq_x$ da população brasileira em função das tábuas de mortalidade IBGE 2007 (que consideram a população brasileira como um todo), sendo que os ${}_nq_x$ extrapolados a partir da idade de 80 anos foram estimados em função da $e_{80+} = 8,5$ anos para homens e $e_{80+} = 9,5$ anos para mulheres, divulgados na mesma tábua. A linha tracejada foi incluída no gráfico para uma melhor visualização do impacto das causas externas na curva de mortalidade da população brasileira como um todo, em 2007.

Gráfico 2 - Probabilidade de morte nq_x ‰ (em escala log) - Tábua IBGE 2007



fonte: tábuas de mortalidade IBGE 2007, extrapolação para as idades acima de 80 anos realizada pelo autor.

Os modelos de mortalidade criados no passado com o objetivo de melhor espelhar essa variável nos diversos países e regionalidades, com o passar dos anos têm se mostrados inadequados às transformações estruturais ocorridas, em função da variação nas causas de morte. A partir dos anos 80 o Brasil passou por um processo de desenvolvimento social que ocasionou certas modificações nos padrões de mortalidade até então correntes. A diminuição crescente da mortalidade infantil, aliada ao aumento da mortalidade masculina em idades adultas jovens, fizeram com que as curvas de mortalidade se modificassem substancialmente.

Observando o Gráfico 2, percebe-se claramente que as taxas de mortalidade femininas são mais baixas que as masculinas para todas as idades, como era de se esperar. A questão mais importante diz respeito ao calombo proeminente apresentado nas taxas masculinas para os indivíduos com idades de 12 a 45 anos. Para a população feminina, percebemos certa proeminência na curva entre as idades de 12 a 31 anos, o que demonstra que as mulheres também estão sendo vítimas da violência e dos acidentes de trânsito (as duas principais causas), ainda que em menor escala.

Como esses “calombos”⁸ na curva de mortalidade geram um padrão diferente daquele experimentado pela população brasileira em grande parte do século passado, os modelos até então utilizados para as estimativas não são capazes de ajustar uma função aderente ao atual padrão da curva de mortalidade do Brasil, para todas as idades.

⁸ Chamados de “*accident hump*”, como a corcova de um camelo.

4) Metodologia

Para se construírem tábuas de mortalidade para os servidores públicos, tem-se a priori dois problemas distintos a serem solucionados. O primeiro deles diz respeito à base de dados a ser utilizada. Nesse trabalho foram utilizados os dados transversais dos servidores públicos do Estado de São Paulo, a saber, exposição ao risco e o número de mortes ocorridas no período de análise. O segundo problema tem a ver com a escolha do modelo mais adequado para descrever a mortalidade observada. Segundo Beltrão e Sugahara (2005, p.6), "deve-se lembrar que tábuas de vida não são modelos no sentido comum, já que não são baseadas em teorias causais ou em modelos estatísticos, mas sim uma representação de fenômenos complexos sumarizados em poucos parâmetros".

O primeiro passo será calcular as probabilidades de morte q_x a partir dos dados observados. A partir desse ponto aplica-se um processo de suavização (*smoothing*) nos dados, nesse caso uma média móvel. Esse processo de suavização, chamado na literatura de *graduação*⁹, é baseado na hipótese de que valores adjacentes devem ser similares. Feito esse processo, tem-se uma noção acerca do formato da curva de mortalidade e pode-se definir qual será o modelo matemático mais adequado para representá-la. Uma vez definido o modelo, se estimarão todos os parâmetros que compõem o mesmo e ter-se-á finalmente a função matemática para a idade x .

Desta forma, seja $\{Y_x\}$ $x = 0,1,2,\dots,\omega$ um conjunto de variáveis aleatórias independentes, correspondentes aos óbitos ocorridos para indivíduos com idade x num dado período.

Considerando homogeneidade e independência da população por idade e sexo, as variáveis Y_x têm uma distribuição binomial de probabilidade, ou seja:

$$Y_x \sim B(N_x, q_x)$$

Onde para todo $x=0,1,2,\dots,\omega$,

N_x = número de pessoas expostas ao risco com idade x .

q_x = probabilidade de óbito de um indivíduo entre as idades x e $x+1$.

Se considerarmos que y_x não é correlacionado com seus vizinhos, o estimador de máxima verossimilhança de q_x é:

⁹ Para maiores detalhes Ver Pollard (1979).

$$\hat{q}_x = \frac{y_x}{N_x}$$

Esses \hat{q}_x calculados vão dar uma idéia de qual forma funcional será a mais adequada para ajustar a curva de mortalidade.

No entanto, este enfoque não paramétrico não garante a monotonicidade por partes (característica de uma função de mortalidade). Uma opção é definir q_x como uma função de alguns parâmetros, $q_x = f(x, \underline{\beta})$, onde $\underline{\beta}$ é um vetor de parâmetros.

O EMV para o vetor de parâmetros $\underline{\beta}$ é, por definição, o vetor que maximiza a verossimilhança (ou a log-verossimilhança, o que é equivalente), ou seja,

$$\underline{\hat{\beta}} \ni \ell(\underline{\hat{\beta}} / y_0, y_1, y_2, \dots, y_\omega) = \underset{\underline{\beta}}{\text{máx}} \ell(\underline{\beta} / y_0, y_1, y_2, \dots, y_\omega)$$

Depois de calculados os Estimadores de Máxima Verossimilhança (EMV) ajustou-se uma função pelo modelo de Heligman & Pollard (1980). Nesse modelo a curva da mortalidade é composta por três componentes e nove parâmetros (A, B, C, D, E, F, G, H e K):

- a primeira componente descreve a mortalidade infantil;
- a segunda componente descreve a mortalidade de adultos jovens ; e
- a terceira componente corresponde à mortalidade dos idosos.

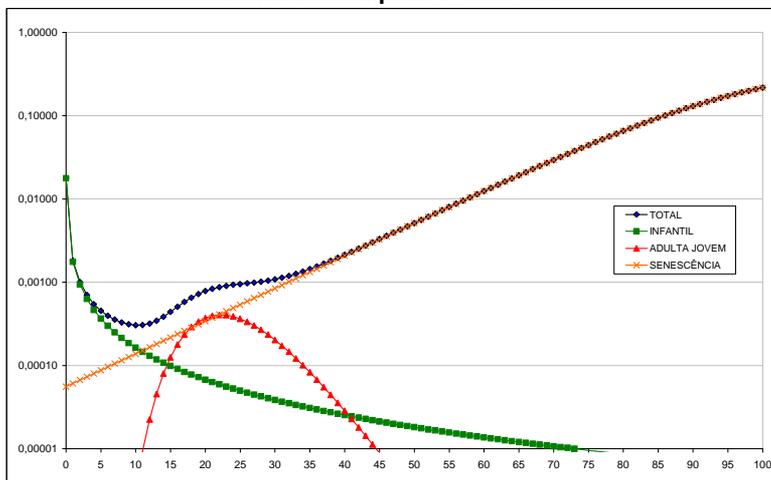
Adotando essa metodologia utiliza-se uma técnica flexível de ajuste aos padrões de mortalidade dos servidores públicos em geral. Essa função é caracterizada pela soma de duas exponenciais com uma função modificada de Gompertz , da seguinte forma:

$$q_x = A^{(x+B)^C} + De^{-E(\ln(x)-\ln F)^2} + \frac{GH^x}{(1+KGH^x)}$$

Essa curva básica é contínua e aplicável para toda idade x , tal que $0 \leq x \leq \infty$, e permite, para os valores adequados dos parâmetros, que q_x assumam apenas valores entre zero e um, como deve ser uma função de probabilidade. Apesar de ter-se que estimar nove parâmetros, cada um com sua interpretação demográfica, esse processo é muito mais prático do que se estimar individualmente cada um dos q_x nas $\omega+1$ idades diferentes . Esse modelo é suficientemente flexível para adequar-se a uma grande variedade de padrões de mortalidade, servindo tanto para homens quanto para

mulheres, independente de cor ou classe social. O Gráfico 3 apresenta um modelo da função de Heligman & Pollard.

Gráfico 3 - Probabilidade de morte (em escala log) - Modelo de Heligman & Pollard - componentes e total



fonte: elaboração do autor.

A partir do cálculo dos parâmetros da função de Heligman & Pollard para os servidores públicos do RPPS do Estado de São Paulo utilizou-se o modelo de Lee-Carter (1992) para o cálculo da taxa de variação da sua mortalidade, ao longo dos anos de estudo.

O princípio do método de Lee-Carter (1992) parte de uma decomposição matricial, transformando as taxas específicas de mortalidade em duas componentes:

- o nível de mortalidade (dependente do tempo), e;
- um conjunto de parâmetros (independentes do tempo), que descreve a estrutura da mortalidade, ou seja, a posição relativa da mortalidade para idades específicas.

Para modelar e prever o nível da mortalidade ao longo do tempo, Lee & Carter propuseram aplicar junto à mortalidade observada, um método de análise de séries temporais, partindo do pressuposto de que para prever-se o “futuro”, o melhor guia é o “passado”. Conseqüentemente, uma modelagem acurada dos padrões observados no passado é base essencial para se estimarem as incertezas relacionadas às previsões. Com base no exposto, uma pergunta que se coloca é a seguinte: quanto do passado (quantos anos atrás) fornece o melhor guia para quanto do futuro (quantos anos para frente)? (Booth et al.,2005).

Em resumo, o Método de Lee-Carter para a previsão da mortalidade, combina um modelo demográfico de mortalidade com métodos de previsão e de séries temporais. Para a utilização do mesmo, utiliza-se de preferência o maior período de tempo disponível na base de dados.

Para o modelo de Lee-Carter escrevem-se as seguintes equações:

$$\ln(m_0(x,t)) = a_{(x)} + b_{(x)}k_{(t)} + e_{(x,t)} \quad \text{OU} \quad m_0(x,t) = e^{(a_{(x)} + b_{(x)}k_{(t)} + e_{(x,t)})}$$

Onde:

$m_0(x,t)$ = taxa central de mortalidade para a idade x no ano t .

$a_{(x)}$ = padrão médio da mortalidade por idade, ao longo dos anos. **(logaritmo do valor médio da força de mortalidade).**

$b_{(x)}$ = velocidade relativa de mudança da mortalidade para cada idade. Informa quais taxas declinam rapidamente e quais taxas declinam lentamente em resposta às mudanças no parâmetro $k_{(t)}$. **(proxy para a primeira derivada da taxa de mortalidade, a menos de uma constante).**

$k_{(t)}$ = indexador do nível de mortalidade no tempo t . **(usualmente modelado como um passeio aleatório).**

$e_{(x,t)}$ = erro aleatório para a idade x no ano t . Reflete as influências não capturadas pelo modelo. **(erro com média zero e variância σ_e^2 , associado às estimativas).**

Combinando então o conceito proposto originalmente por Lee & Carter com aquele sugerido por Heligman & Pollard e descrito anteriormente, ter-se-á o modelo utilizado nesse trabalho.

5) Base de Dados

Foram disponibilizados pela Companhia de Processamento de Dados do Estado de São Paulo - PRODESP informações de janeiro de 1985 a setembro de 2006. Esses dados continham 2.099.546 (dois milhões, noventa e nove mil, quinhentos e cinqüenta e seis) linhas, correspondendo a 1.212.635 (um milhão, duzentos e doze mil, seiscentos e trinta e cinco) indivíduos diferentes, sendo que um mesmo indivíduo pode ter mais de uma matrícula no estado, como por exemplo no caso dos professores ou ter uma gratificação de chefia que é registrada em uma linha separada. Os dados cadastrais continham várias informações, dentre as quais: matrícula, data de nascimento, data de admissão, sexo, nível de escolaridade, escala de

vencimento, cargo, data de aposentadoria, data de desligamento, motivo de desligamento, dentre outros.

A distribuição dos funcionários por sua situação de vínculo com o estado está disponibilizada na Tabela 1. Analisando a mesma percebe-se que 64,2% dos registros referem-se a funcionários contratados, enquanto que os estatutários representam pouco mais de 30% da base. Esse grande quantitativo de contratados, na sua grande maioria professores, deve-se ao fato de há anos o Estado de São Paulo não realizar concurso público para o preenchimento dessas vagas docentes. Como existe a necessidade, esses professores são contratados por um prazo determinado, podendo ser esse contrato renovado.

Tabela 1 - Distribuição dos funcionários por situação de vínculo

Situação de vínculo	Total	%	Homens			Mulheres		
			Total	Nível médio	Nível superior	Total	Nível médio	Nível superior
Total	2.099.546	100,0	513.525	178.661	334.864	1.586.021	649.489	936.532
Contratado	1.348.215	64,2	255.488	43.493	211.995	1.092.727	416.323	676.404
Estatutário	633.035	30,2	211.096	106.771	104.325	421.939	188.552	233.387
Celetista	48.608	2,3	16.611	10.036	6.575	31.997	22.086	9.911
Estável	42.250	2,0	15.189	9.846	5.343	27.061	15.056	12.005
Aluno	11.666	0,6	8.747	4.618	4.129	2.919	1.360	1.559
Extra Quadro	9.267	0,4	4.209	3.264	945	5.058	4.663	395
Comissionado	6.126	0,3	1.931	526	1.405	4.195	1.434	2.761
Temporário	379	0,0	254	107	147	125	15	110

Fonte: PRODESP

Como a intenção do trabalho foi estimar a tábua de mortalidade dos funcionários públicos do Estado de São Paulo, não importou se o funcionário era ativo ou inativo. Em contrapartida, um fato muito importante e que teve grande relevância no estudo diz respeito ao sexo do indivíduo e seu grau de escolaridade, fatores esses que tem ligação direta com os níveis de mortalidade apresentados. Analisando a tabela 2, que traz a distribuição dos registros por sexo e nível de escolaridade, observa-se que a grande maioria das informações é referente às mulheres (75,5%) enquanto que os homens representam quase que $\frac{1}{4}$ do total. Com relação à variável nível de escolaridade os números apresentam-se mais divididos. Temos 39,4% dos registros ligados a indivíduos que possuem até o antigo 2º grau (na verdade agrupou-se os indivíduos analfabetos e os com 1º ou 2º graus, completos ou não) e 60,6% dos registros representando pessoas com curso superior, conforme apresentado na tabela 3.

Tabela 2 - Distribuição % dos registros por nível de escolaridade, segmentado por sexo

Sexo	Funcionários Públicos de SP (em %)		
	Total	Nível médio	Nível superior
Total	100	100	100
Feminino	75,5	78,4	73,7
Masculino	24,5	21,6	26,3

Fonte: PRODESP

Tabela 3 - Distribuição % dos registros por sexo, segmentado por nível de escolaridade

Sexo	Funcionários Públicos de SP (em %)		
	Total	Nível médio	Nível superior
Total	100	39,4	60,6
Feminino	100	41,0	59,0
Masculino	100	34,8	65,2

Fonte: PRODESP

De um modo geral as informações presentes na base de dados tinham boa qualidade e, após uma segunda análise as informações de 1990 a 2005 se mostraram mais adequadas para a realização das estimativas, por apresentarem uma maior regularidade para o cálculo das taxas.

6) Apresentação e Discussão dos Resultados

A PRODESP enviou uma base de dados contendo informações relativas aos pensionistas do sistema, mas numa segunda etapa como se optou por desagregar também a população além do sexo pela escolaridade, o modelo final não pôde incluir a população menor de idade já que no banco de dados de pensionistas não existe a informação sobre o indivíduo gerador do vínculo e sua escolaridade. Com relação à primeira componente do modelo de Heligman & Pollard descrito anteriormente, como foram esparsas as informações de mortalidade na infância e adolescência, razão pela qual sua estimativa apresentaria uma menor precisão, a mesma não foi considerada no modelo final utilizado. A segunda componente, na sua forma exponencial, corresponde à mortalidade por causas externas. Esta causa de mortalidade afeta principalmente a população masculina de adultos jovens. A última componente corresponde à mortalidade por senescência e permite ajustar uma desaceleração (ou aceleração) da mortalidade para os indivíduos da quarta idade.

Com isso, o ajuste utilizado teve apenas as componentes II e III. A componente III foi ajustada na íntegra como apresentada na formulação de Heligman & Pollard (1980). Com relação à componente II, como na base de dados não se dispunha de muitas informações para as idades jovens, o ajuste dos parâmetros E_s e F_s apresentou um intervalo de confiança de grande amplitude. Como as diferenças entre um ajuste que considera a componente II na íntegra e outro que modela a mesma como uma constante são muito pequenas entre as idades de 20 a 40 anos e pelo fato de considerar-se apenas o intervalo de 20 a 95 anos, optou-se por realizar um ajuste da seguinte forma:

$$q_{x,s,n} = D_{s,n} + \frac{G_{s,n} H_{s,n}^x}{(1 + K_{s,n} G_{s,n} H_{s,n}^x)}$$

Salienta-se que essa função de ajuste não deve ser utilizada para as idades fora do intervalo de 20 a 95 anos.

Confirma-se a necessidade da utilização de uma curva com duas componentes já que foi visível um certo calombo correspondente a mortalidade (por causas externas) dos adultos jovens (principalmente homens).

Pode-se fazer uma analogia da função adotada para o ajuste da mortalidade dos funcionários públicos de São Paulo com alguns modelos apresentados na literatura, como por exemplo, o modelo de Makeham (1860), que modela a mortalidade como uma taxa constante para todas as idades, referente à questão da acidentabilidade, mais um fator relativo à mortalidade por senescência.

O fato dos dados disponíveis apresentarem informações muito escassas em idades infantis e jovens é compreensível, considerando o público alvo composto apenas por servidores públicos, que têm sua distribuição concentrada nas idades adultas. A razão de se terem também poucas informações com relação às idades acima de 95 anos é relativa ao fato de serem idades bem avançadas, alcançadas por poucos brasileiros.

O Gráfico 4 e o Gráfico 5 apresentam os resultados dos ajustes bem como os valores observados. O Gráfico 6 e o Gráfico 7 apresentam os valores ajustados e o intervalo de confiança de 95% correspondente. Essas tábuas de mortalidade ajustadas foram batizadas de RPPSP-98H, RPPSP-98M e RPPSP-98A, para homens, mulheres e ambos os sexos, respectivamente. A tábua RPPSP-98H apresentou uma expectativa de sobrevida aos 20 anos de 56,1 anos, enquanto que a tábua RPPSP-98M apresentou uma expectativa de sobrevida aos 20 anos de 61,5 anos e a RPPSP-98A apresentou uma expectativa de sobrevida aos 20 anos de 59,2 anos. A Tabela 4 apresenta a esperança de sobrevida para algumas idades x .

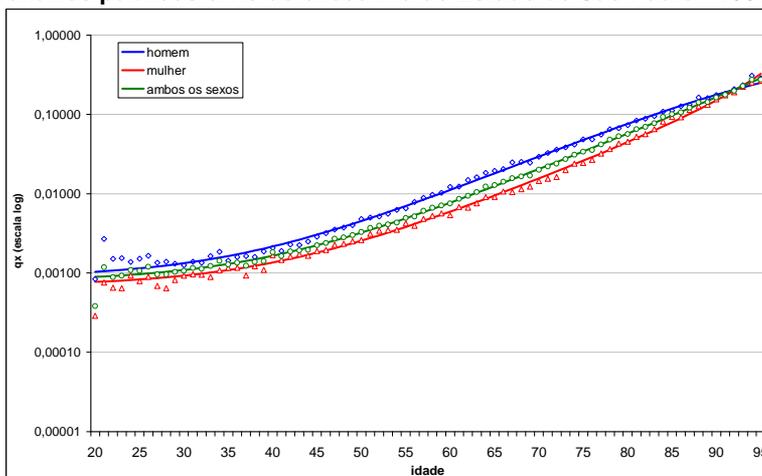
Tabela 4 – Esperança de Sobrevida na idade x (e_x) – Tábuas RPPSP-98H e RPPSP-98M

Idades Exatas (x)	20	30	40	50	60	70	80	90	95+
Homens	56,1	46,7	37,4	28,4	20,0	12,8	7,4	4,0	2,8
Mulheres	61,5	52,0	42,5	33,1	24,2	16,0	9,2	4,2	3,3

Fonte: PRODESP

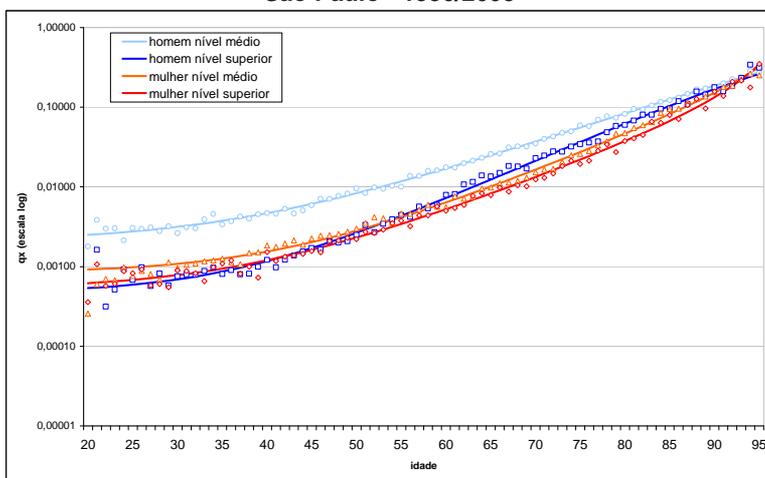
Em linhas gerais ficou confirmado o comportamento observado nos dados brutos e suavizados: i) taxas para a população masculina quase sempre superiores às taxas para a população feminina; ii) tanto para homens quanto para mulheres, as taxas de nível médio são sempre mais altas do que as taxas de nível superior, com uma diferença maior para os homens, principalmente entre os adultos jovens; iii) nas idades acima de 92 anos, a ordenação entre homens e mulheres parece invertida, mas não estatisticamente significativa devido provavelmente à escassez de dados para essas populações nessas idades; e iv) taxas entre as mulheres de nível superior menores do que as taxas de homens de nível superior (nas idades abaixo de 42 anos, a ordenação parece invertida, mas não estatisticamente significativa).

Gráfico 4 - Taxa específica de mortalidade (observada e ajustada) por sexo - funcionários públicos civis do executivo do Estado de São Paulo - 1990/2005



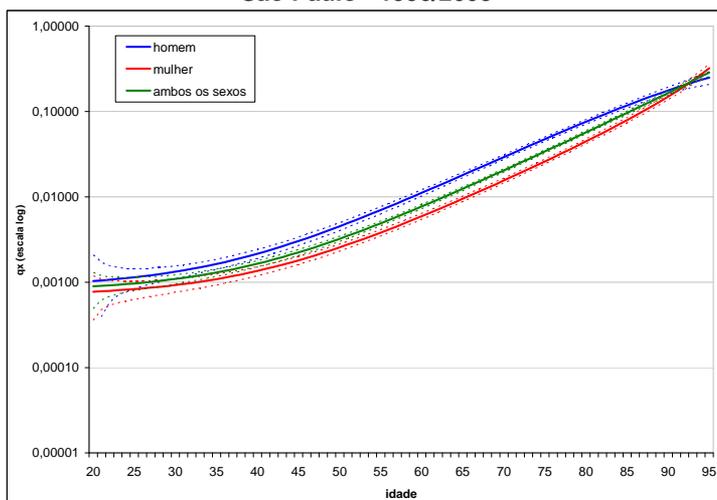
Fonte: PRODESP

Gráfico 5 - Taxa específica de mortalidade (observada e ajustada) por sexo e nível de escolaridade - funcionários públicos civis do executivo do Estado de São Paulo - 1990/2005



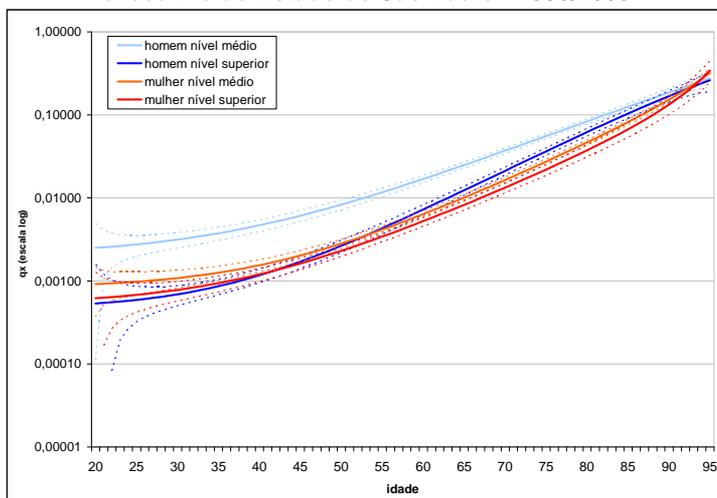
Fonte: PRODESP

Gráfico 6 - Taxa específica de mortalidade (ajustada e intervalos de 95% de confiança) por sexo - funcionários públicos civis do executivo do Estado de São Paulo - 1990/2005



Fonte: PRODESP

Gráfico 7 - Taxa específica de mortalidade (ajustada e intervalos de 95% de confiança) por sexo e nível de escolaridade - funcionários públicos civis do executivo do Estado de São Paulo - 1990/2005



Fonte: PRODESP

Os q_x calculados para as tábuas ajustadas de homens e mulheres, bem como algumas funções calculadas para estas tábuas encontram-se disponibilizadas no anexo 1 e 2.

Com relação à análise da variação da mortalidade ao longo do tempo, foi utilizada uma variante do modelo de Lee-Carter, proposta por Beltrão e Sugahara (2007).

Conforme citado anteriormente, a equação proposta por Lee & Carter pode ser escrita como:

$$\ln(m_0(x, t)) = a_{(x)} + b_{(x)}k_{(t)} + e_{(x, t)}$$

Neste trabalho, a componente $a_{(x)}$ (logaritmo do valor médio da força de mortalidade) da equação acima foi ajustada pela função $q_{x,s}$ de Heligman & Pollard, previamente descrita.

Para se modelar a taxa de variação $b_{(x)}$, foram testados alguns polinômios de graus 5, 6 e 7. Mostraram-se significativos e mais adequados os polinômios de 7º grau para o caso dos homens e os polinômios do 5º grau para o caso das mulheres, que garantem uma certa suavização nos ajustes. Com isso, os referidos polinômios possuem as seguintes características:

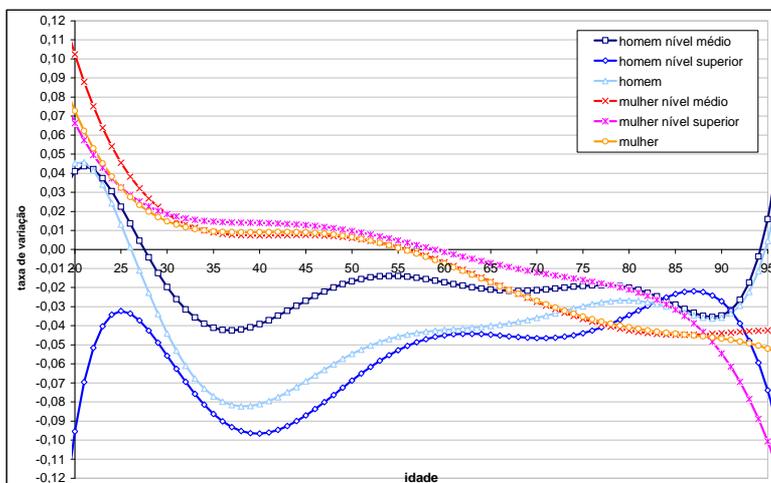
$$b_{(x)} = \alpha + \beta x^1 + \gamma x^2 + \delta x^3 + \zeta x^4 + \eta x^5 + \iota x^6 + \kappa x^7, \text{ para os homens}$$

$$b_{(x)} = \alpha + \beta x^1 + \gamma x^2 + \delta x^3 + \zeta x^4 + \eta x^5, \text{ para as mulheres}$$

Considerando que os dados utilizados representam um período de tempo muito parco (1990-2005), a componente $k_{(t)}$ que indexa o nível de mortalidade no tempo não pode ser modelada como um passeio aleatório como sugerido originalmente por Lee & Carter (1992), tendo sido simplesmente substituída pelo ano “t”.

O Gráfico 8 apresenta as taxas de variação da mortalidade calculadas por sexo e nível de escolaridade para os funcionários públicos civis do executivo do Estado de São Paulo. Nesse gráfico ficam nítidas as mudanças de sinal nas taxas de variação da mortalidade para as mulheres de nível médio (aos 56 anos) e mulheres de nível superior (aos 59 anos). O grupo dos homens de nível médio e dos homens de nível superior apresentou taxas negativas de variação da mortalidade para todas as idades dentro do intervalo estatisticamente significativo (no Gráfico 8 abaixo, observa-se que as linhas desses grupos encontram-se integralmente abaixo do eixo das abscissas).

Gráfico 8 - Taxas de variação da mortalidade por sexo e nível de escolaridade - funcionários públicos civis do executivo do Estado de São Paulo



Fonte: PRODESP

7) Conclusões e Recomendações

A construção das Tábuas de Mortalidade baseadas na experiência dos servidores públicos do Estado de São Paulo é uma tentativa de contribuir para o avanço da Previdência Social, um dos maiores benefícios oferecidos pelos Governos das esferas federal, estadual e municipal, a todos os servidores públicos. A população de funcionários públicos do Estado de São Paulo apresenta uma combinação de tamanho absoluto e abrangência histórica que permite um ajuste direto da sua experiência de mortalidade.

Em função das características específicas dos Regimes Próprios de Previdência Social, o cálculo atuarial deveria obrigatoriamente ser realizado com uma tábua de mortalidade que efetivamente refletisse as características da população em questão, pois através do mesmo serão determinados os verdadeiros montantes de recursos a serem capitalizados ao longo dos anos para o pagamento dos compromissos atuais e futuros do sistema, visto que esses fluxos de pagamentos estão intrinsecamente relacionados com a expectativa de sobrevivência de cada um de seus segurados e beneficiários.

Ratifica-se a certeza de que para a realização de um trabalho de construção de famílias modelo de tábuas de mortalidade para servidores públicos, o ideal seria obter as experiências de todas as 27 unidades da federação que deveriam, em princípio, apresentar uma gama ampla de níveis de mortalidade considerando-se a diversidade sócio-econômica do país. Obter-se-ia também um maior volume de informações em todas as idades, aumentando a significância estatística em todas as faixas etárias. Com isso, a pretensão não é esgotar o assunto nesse trabalho específico, mas sim, através da experiência de mortalidade dos funcionários públicos do Governo do Estado de São Paulo, ensaiar a construção de uma tábua de mortalidade de maior abrangência e aplicabilidade.

Neste trabalho optou-se por fazer um ajuste para as taxas de mortalidade diretamente das informações disponíveis, lembrando que as taxas estimadas para a população de homens, mulheres e para ambos os sexos referem-se ao período 1990/2005 e só puderam ser estimadas para a população de 20 a 95 anos, em função da escassez dos dados para as outras idades.

Uma consideração importante que deve ser feita diz respeito ao *mix* de homens e mulheres na população em risco no final do ano de 2005. Os resultados para ambos os sexos carregam consigo a razão de sexo de 0,75 homens/mulher, ou seja, a taxa ponderada para ambos os sexos tem uma influência maior da população feminina do que da masculina, o que tende a

geração de um viés no cálculo atuarial, quando o mesmo é realizado com uma tábua estritamente masculina, como a tábua AT-49 (male). Outro fato importante diz respeito também ao *mix* de nível de escolaridade na população. A demanda pelo funcionalismo público qualificado tem aumentado progressivamente ao longo dos anos e a tendência é de que exista cada vez mais uma maior proporção de vagas de empregos públicos para pessoas com nível superior. Na prática, as curvas de mortalidade ajustadas por sexo tendem a ficar cada vez mais próximas das curvas de mortalidade ajustadas por sexo e nível superior.

Nesse trabalho utilizou-se também uma variante do modelo de Lee-Carter (1992) proposta por Beltrão e Sugahara (2007), para avaliar-se a taxa de variação da mortalidade ao longo dos anos de estudo (1990-2005). Diferentemente dos resultados obtidos por Beltrão e Sugahara (2007), que aplicaram esse modelo aos dados de mortalidade dos funcionários públicos federais e observaram nos resultados uma queda nas taxas de mortalidade para todas as idades de 20-90 anos e para cada um dos quatro grupos (dois de sexo e dois de escolaridade), nesse trabalho o resultado de queda da mortalidade em todas as idades foi encontrado apenas para os homens, principalmente os de nível superior. A hipótese levantada pelos autores para o que ocorreu no funcionalismo público federal é a seleção positiva existente nos concursos públicos federais, em que apenas os indivíduos com maior tempo para o estudo, de melhor nível sócio-econômico e que apresentam intrinsecamente uma menor mortalidade, conseguem ser aprovados.

Com relação aos funcionários públicos de São Paulo ocorre o oposto, ou seja, uma seleção negativa. Com relação às mulheres, independente do nível de escolaridade, observa-se um aumento das taxas de mortalidade até, em média, a idade de 55 anos. Como o Estado de São Paulo não promove concursos públicos para o preenchimento de vagas para docentes há anos, esses indivíduos acabam sendo contratados em um incerto esquema de trabalho no qual não têm nenhuma garantia de que continuarão empregados por prazos maiores do que os determinados inicialmente. A base de dados utilizada nesse trabalho apresentou um grande percentual relativo de mulheres nesta situação, conforme mostrado. Chega-se então à conclusão de que, neste caso, trabalhou-se com pessoas distintas, que podem ou não estarem presentes na base de dados em um ano posterior (caso haja a renovação de seu contrato) que pelo fato de não conseguirem uma oportunidade melhor de emprego, sujeitam-se a essas precárias condições de trabalho. Essas pessoas por não possuírem estabilidade profissional, não possuem as mesmas características dos funcionários públicos federais, apresentam uma maior mortalidade, principalmente nas idades mais jovens. Além disso, essas mulheres possuem um *turnover* muito maior do que os homens, ratificado pela análise da distribuição percentual de aposentados por idade, em que se tem

relativamente um percentual menor de mulheres com possibilidade de rotatividade por idade, visto que as mesmas aposentar-se-ão mais cedo, em função das elegibilidades vigentes.

Por fim, dentro da magnitude e da importância da Previdência Social na vida das pessoas, destaca-se a necessidade de uma adequação da legislação relativa aos Regimes Próprios de Previdência Social. O ideal é que essa legislação contemple a possibilidade de que as experiências próprias de mortalidade dos funcionários públicos estaduais possam ser incorporadas aos modelos atuariais que simulam seus compromissos, de forma a não subestimar ou mesmo superestimar os gastos atuais e futuros com o pagamento das aposentadorias e pensões de seus participantes. Paralelamente a isso, um contínuo estudo acerca da variação dessas taxas de mortalidade da população em questão deveria ser realizado, possibilitando a análise quanto às possíveis tendências futuras, objetivando a sonhada perenização do Equilíbrio Financeiro e Atuarial dos Sistemas Previdenciários Públicos.

Luciano Gonçalves de Castro e Silva
Pesquisador Titular (Demógrafo) da DPE/COPIS/IBGE
Mestre em Estudos Populacionais e Pesquisas Sociais
Atuário M.I.B.A nº 1.116

8) Bibliografia

- **BELTRÃO, Kaizô Iwakami; SUGAHARA, Sonoe.** “*Differential Changes in Brazilian Public Servants’ Survival Rates*” – Trabalho apresentado na 3ª Conferência Brasileira de Modelagem Estatística em Seguros e Finanças – Maresias/SP – março de 2007.
- _____ . “Tábua de mortalidade para os funcionários públicos civis federais do poder executivo por sexo e escolaridade: comparação com tábuas do mercado” - Rio de Janeiro: Escola Nacional de Ciências Estatísticas, 2002. Disponível em: <http://www.ence.ibge.gov.br/publicacoes/textos_para_discussao/textos/texto_3.pdf>. Acesso em: 06/12/2007.
- **BELTRÃO, Kaizô Iwakami; SUGAHARA, Sonoe, SILVA, Luciano Gonçalves de Castro e.** “*FIPECAFI. Um estudo sobre a mortalidade da população da CTEEP e da fundação CESP*”, Mimeo, relatório apresentado a CTEEP, fevereiro de 2006.
- **DE MOIVRE, Abraham.** “*Annuities on Lives*”, London, 1725.
- **FERREIRA, Weber J.** “*Coleção introdução à Ciência Atuarial*”, Rio de Janeiro, IRB, 1985, 4v.
- **GOMPERTZ, B.** “*On the Nature of The Function Expressive of the Law of Human Mortality*”, *Philosophical Transactions of the Royal Society*, Part II, 1825.
- **GRAUNT, John.** “*Natural and Political Observations made upon Bills of Mortality*”, London, 1662.
- **HALLEY, Edmond.** “*An Estimate of the Degrees of the Mortality of Mankind*”, London, 1693. Disponível em: <<http://www.pierre-marteau.com/editions/1693-mortality.html>>. Acesso em: 06/12/2007.
- **HELIGMAN, Larry; POLLARD, J. H.** “*The age pattern of mortality*”. In: *Readings in Population Research Methodology*, v2, Chapter 7, pp. 97-104, 1980.
- **IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística** – Tábuas Completas de Mortalidade 2007. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/tabuadevida/2007/default.shtm>>. Acesso em: 29/07/2007
- **LEE, Ronald D. and CARTER, Lawrence R.** “*Modeling and forecasting U.S. mortality*” - *Journal of the American Statistical Association*, 87, 659-671, 1992.
- **MAKEHAM, William. M.** “*On the Law of Mortality and Construction of Annuity Tables*”, *Journal of the Institute of Actuaries*, 8:301 (1860).
- **MILNE, Joshua,** “*A Treatise on the Valuation of Annuities and Assurances on Lives and Survivorships*”, London, 1815.
- **NAMBOODIRI, Krishnan.** “*A Primer of Population Dynamics*” New York, Plenum Press, 1996.
- **NEWELL, Colin.** “*Methods and Models in Demography*”, 1988.

- **ORTEGA, Antonio.** “*Tablas de mortalidad*”, Centro Latino Americano de Demografia, San Jose, Costa Rica, 1987.
- **POLLARD, J. H.** “*Bias in Graduated Life Table Functions*” In: *Readings in Population Research Methodology*, v2, Chapter 7, pp. 105-107, 1979.
- **ROWLAND, Donald T.** “*Demographic Methods and Concepts*” Oxford University Press, 2003.
- **UNITED NATIONS.** “*Readings in Population Research Methodology: Mortality Research (vol 2)*”, 1993.
- _____ . “*Manual X – Indirect Techniques for Demographic Estimation*” - New York; 1983. (Population Studies, No 81). Disponível em: http://www.un.org/esa/population/publications/Manual_X/Manual_X.htm. Acesso em: 06/12/2007.
- **WEEKS, John R.** “*Population - An Introduction to Concepts and Issues*” Ninth Edition – 2005.
- **YAUKEY, David, ANDERTON, Douglas L. and LUNDQUIST, Jennifer Hickey.** “*Demography – The Study of Human Population*” third edition, 2007.

Anexo 1 – Funções da Tábua de Mortalidade RPPSP-98-H

Idades Exatas (x)	nq_x	np_x	nd_x	l_x	nL_x	T_x	e_x
20	0,001036	0,998964	104	100.000	99.948	5.611.421	56,11
21	0,001053	0,998947	105	99.896	99.844	5.511.473	55,17
22	0,001073	0,998927	107	99.791	99.738	5.411.629	54,23
23	0,001094	0,998906	109	99.684	99.630	5.311.891	53,29
24	0,001118	0,998882	111	99.575	99.519	5.212.262	52,35
25	0,001145	0,998855	114	99.464	99.407	5.112.742	51,40
26	0,001174	0,998826	117	99.350	99.292	5.013.336	50,46
27	0,001207	0,998793	120	99.233	99.173	4.914.044	49,52
28	0,001243	0,998757	123	99.113	99.052	4.814.871	48,58
29	0,001283	0,998717	127	98.990	98.927	4.715.819	47,64
30	0,001328	0,998672	131	98.863	98.798	4.616.892	46,70
31	0,001378	0,998622	136	98.732	98.664	4.518.094	45,76
32	0,001433	0,998567	141	98.596	98.525	4.419.431	44,82
33	0,001494	0,998506	147	98.455	98.381	4.320.905	43,89
34	0,001563	0,998437	154	98.307	98.231	4.222.524	42,95
35	0,001638	0,998362	161	98.154	98.073	4.124.294	42,02
36	0,001722	0,998278	169	97.993	97.909	4.026.220	41,09
37	0,001815	0,998185	178	97.824	97.735	3.928.312	40,16
38	0,001918	0,998082	187	97.647	97.553	3.830.576	39,23
39	0,002033	0,997967	198	97.459	97.360	3.733.023	38,30
40	0,002161	0,997839	210	97.261	97.156	3.635.663	37,38
41	0,002302	0,997698	223	97.051	96.939	3.538.507	36,46
42	0,002459	0,997541	238	96.828	96.709	3.441.567	35,54
43	0,002633	0,997367	254	96.590	96.462	3.344.859	34,63
44	0,002827	0,997173	272	96.335	96.199	3.248.396	33,72
45	0,003041	0,996959	292	96.063	95.917	3.152.197	32,81
46	0,003279	0,996721	314	95.771	95.614	3.056.281	31,91
47	0,003544	0,996456	338	95.457	95.288	2.960.667	31,02
48	0,003837	0,996163	365	95.118	94.936	2.865.379	30,12
49	0,004162	0,995838	394	94.754	94.556	2.770.443	29,24
50	0,004523	0,995477	427	94.359	94.146	2.675.887	28,36
51	0,004923	0,995077	462	93.932	93.701	2.581.741	27,49
52	0,005367	0,994633	502	93.470	93.219	2.488.040	26,62
53	0,005859	0,994141	545	92.968	92.696	2.394.821	25,76
54	0,006405	0,993595	592	92.424	92.128	2.302.125	24,91
55	0,007009	0,992991	644	91.832	91.510	2.209.997	24,07
56	0,007680	0,992320	700	91.188	90.838	2.118.487	23,23

Idades Exatas (x)	${}_nq_x$	${}_np_x$	${}_nd_x$	l_x	${}_nL_x$	T_x	e_x
57	0,008422	0,991578	762	90.488	90.107	2.027.649	22,41
58	0,009245	0,990755	830	89.726	89.311	1.937.542	21,59
59	0,010156	0,989844	903	88.896	88.445	1.848.232	20,79
60	0,011165	0,988835	982	87.993	87.502	1.759.787	20,00
61	0,012281	0,987719	1.069	87.011	86.477	1.672.285	19,22
62	0,013516	0,986484	1.162	85.942	85.361	1.585.808	18,45
63	0,014882	0,985118	1.262	84.781	84.150	1.500.447	17,70
64	0,016392	0,983608	1.369	83.519	82.834	1.416.297	16,96
65	0,018060	0,981940	1.484	82.150	81.408	1.333.463	16,23
66	0,019903	0,980097	1.605	80.666	79.863	1.252.055	15,52
67	0,021935	0,978065	1.734	79.061	78.194	1.172.191	14,83
68	0,024177	0,975823	1.870	77.326	76.392	1.093.998	14,15
69	0,026648	0,973352	2.011	75.457	74.452	1.017.606	13,49
70	0,029369	0,970631	2.157	73.446	72.368	943.155	12,84
71	0,032362	0,967638	2.307	71.289	70.136	870.787	12,21
72	0,035652	0,964348	2.459	68.982	67.752	800.651	11,61
73	0,039263	0,960737	2.612	66.523	65.217	732.899	11,02
74	0,043224	0,956776	2.762	63.911	62.530	667.682	10,45
75	0,047561	0,952439	2.908	61.148	59.694	605.153	9,90
76	0,052305	0,947695	3.046	58.240	56.717	545.459	9,37
77	0,057484	0,942516	3.173	55.194	53.607	488.742	8,86
78	0,063130	0,936870	3.284	52.021	50.379	435.134	8,36
79	0,069273	0,930727	3.376	48.737	47.049	384.755	7,89
80	0,075943	0,924057	3.445	45.361	43.638	337.706	7,44
81	0,083170	0,916830	3.486	41.916	40.173	294.068	7,02
82	0,090982	0,909018	3.496	38.430	36.682	253.895	6,61
83	0,099404	0,900596	3.473	34.933	33.197	217.214	6,22
84	0,108459	0,891541	3.412	31.461	29.755	184.017	5,85
85	0,118166	0,881834	3.314	28.049	26.391	154.262	5,50
86	0,128539	0,871461	3.179	24.734	23.145	127.871	5,17
87	0,139585	0,860415	3.009	21.555	20.051	104.726	4,86
88	0,151306	0,848694	2.806	18.546	17.143	84.676	4,57
89	0,163696	0,836304	2.577	15.740	14.452	67.533	4,29
90	0,176739	0,823261	2.326	13.163	12.000	53.081	4,03
91	0,190411	0,809589	2.063	10.837	9.805	41.081	3,79
92	0,204679	0,795321	1.796	8.773	7.876	31.275	3,56
93	0,219499	0,780501	1.532	6.978	6.212	23.400	3,35
94	0,234818	0,765182	1.279	5.446	4.807	17.188	3,16
95	0,250574	0,749426	1.044	4.167	3.645	12.381	2,97
95+	1,000000	0,000000	3.123	3.123	8.736	8.736	2,80

Fonte: PRODESP

Anexo 2 – Funções da Tábua de Mortalidade RPPSP-98-M

Idades Exatas (x)	nq_x	np_x	nd_x	l_x	nL_x	T_x	e_x
20	0,000773	0,999227	77	100.000	99.961	6.147.569	61,48
21	0,000782	0,999218	78	99.923	99.884	6.047.608	60,52
22	0,000792	0,999208	79	99.845	99.805	5.947.724	59,57
23	0,000804	0,999196	80	99.765	99.725	5.847.919	58,62
24	0,000817	0,999183	81	99.685	99.645	5.748.194	57,66
25	0,000831	0,999169	83	99.604	99.563	5.648.549	56,71
26	0,000846	0,999154	84	99.521	99.479	5.548.987	55,76
27	0,000864	0,999136	86	99.437	99.394	5.449.508	54,80
28	0,000883	0,999117	88	99.351	99.307	5.350.114	53,85
29	0,000904	0,999096	90	99.263	99.218	5.250.807	52,90
30	0,000928	0,999072	92	99.174	99.128	5.151.588	51,95
31	0,000954	0,999046	94	99.082	99.034	5.052.461	50,99
32	0,000983	0,999017	97	98.987	98.938	4.953.426	50,04
33	0,001015	0,998985	100	98.890	98.840	4.854.488	49,09
34	0,001050	0,998950	104	98.789	98.738	4.755.648	48,14
35	0,001089	0,998911	107	98.686	98.632	4.656.911	47,19
36	0,001133	0,998867	112	98.578	98.522	4.558.279	46,24
37	0,001181	0,998819	116	98.467	98.408	4.459.756	45,29
38	0,001234	0,998766	121	98.350	98.290	4.361.348	44,35
39	0,001293	0,998707	127	98.229	98.165	4.263.058	43,40
40	0,001359	0,998641	133	98.102	98.035	4.164.893	42,45
41	0,001431	0,998569	140	97.969	97.899	4.066.857	41,51
42	0,001512	0,998488	148	97.828	97.754	3.968.959	40,57
43	0,001601	0,998399	156	97.681	97.602	3.871.205	39,63
44	0,001699	0,998301	166	97.524	97.441	3.773.602	38,69
45	0,001809	0,998191	176	97.358	97.270	3.676.161	37,76
46	0,001930	0,998070	188	97.182	97.089	3.578.890	36,83
47	0,002064	0,997936	200	96.995	96.895	3.481.802	35,90
48	0,002213	0,997787	214	96.795	96.688	3.384.907	34,97
49	0,002377	0,997623	230	96.580	96.466	3.288.219	34,05
50	0,002560	0,997440	247	96.351	96.228	3.191.754	33,13
51	0,002763	0,997237	266	96.104	95.971	3.095.526	32,21
52	0,002987	0,997013	286	95.839	95.696	2.999.555	31,30
53	0,003236	0,996764	309	95.552	95.398	2.903.859	30,39
54	0,003512	0,996488	335	95.243	95.076	2.808.462	29,49
55	0,003819	0,996181	362	94.909	94.727	2.713.386	28,59
56	0,004158	0,995842	393	94.546	94.350	2.618.658	27,70

Idades Exatas (x)	${}_nq_x$	${}_np_x$	${}_nd_x$	l_x	${}_nL_x$	T_x	e_x
57	0,004535	0,995465	427	94.153	93.940	2.524.309	26,81
58	0,004953	0,995047	464	93.726	93.494	2.430.369	25,93
59	0,005417	0,994583	505	93.262	93.009	2.336.875	25,06
60	0,005932	0,994068	550	92.757	92.481	2.243.866	24,19
61	0,006504	0,993496	600	92.206	91.907	2.151.385	23,33
62	0,007139	0,992861	654	91.607	91.280	2.059.478	22,48
63	0,007844	0,992156	713	90.953	90.596	1.968.198	21,64
64	0,008628	0,991372	779	90.239	89.850	1.877.602	20,81
65	0,009499	0,990501	850	89.461	89.036	1.787.752	19,98
66	0,010469	0,989531	928	88.611	88.147	1.698.716	19,17
67	0,011547	0,988453	1.012	87.683	87.177	1.610.569	18,37
68	0,012747	0,987253	1.105	86.671	86.118	1.523.392	17,58
69	0,014085	0,985915	1.205	85.566	84.963	1.437.274	16,80
70	0,015575	0,984425	1.314	84.361	83.704	1.352.311	16,03
71	0,017237	0,982763	1.431	83.047	82.331	1.268.607	15,28
72	0,019093	0,980907	1.558	81.615	80.836	1.186.276	14,53
73	0,021165	0,978835	1.694	80.057	79.210	1.105.439	13,81
74	0,023483	0,976517	1.840	78.363	77.443	1.026.229	13,10
75	0,026079	0,973921	1.996	76.523	75.525	948.787	12,40
76	0,028988	0,971012	2.160	74.527	73.447	873.262	11,72
77	0,032253	0,967747	2.334	72.367	71.200	799.815	11,05
78	0,035923	0,964077	2.516	70.033	68.775	728.616	10,40
79	0,040056	0,959944	2.704	67.517	66.165	659.841	9,77
80	0,044720	0,955280	2.898	64.812	63.363	593.677	9,16
81	0,049994	0,950006	3.095	61.914	60.366	530.313	8,57
82	0,055972	0,944028	3.292	58.819	57.172	469.947	7,99
83	0,062769	0,937231	3.485	55.526	53.784	412.775	7,43
84	0,070520	0,929480	3.670	52.041	50.206	358.991	6,90
85	0,079394	0,920606	3.840	48.371	46.451	308.785	6,38
86	0,089593	0,910407	3.990	44.531	42.536	262.334	5,89
87	0,101374	0,898626	4.110	40.541	38.486	219.798	5,42
88	0,115058	0,884942	4.192	36.431	34.335	181.312	4,98
89	0,131056	0,868944	4.225	32.240	30.127	146.977	4,56
90	0,149901	0,850099	4.199	28.014	25.915	116.850	4,17
91	0,172299	0,827701	4.103	23.815	21.763	90.935	3,82
92	0,199204	0,800796	3.927	19.712	17.748	69.172	3,51
93	0,231940	0,768060	3.661	15.785	13.954	51.423	3,26
94	0,272394	0,727606	3.302	12.124	10.473	37.469	3,09
95	0,323361	0,676639	2.852	8.821	7.395	26.996	3,06
95+	1,000000	0,000000	5.969	5.969	19.601	19.601	3,28

Fonte: PRODESP

ONDE:

Notação	Descrição
l_x	Número de pessoas com idade exata x no grupo em observação
${}_nL_x$	Número de pessoas com idades entre x (inclusive) e $x+n$ (exclusive) anos no grupo em observação
${}_nd_x$	Número de óbitos ocorridos no grupo em observação entre as idades x (inclusive) e $x+n$ (exclusive) anos
${}_nq_x$	Probabilidade de morte no grupo em observação nas idades entre x (inclusive) e $x+n$ (exclusive) anos, dado que sobreviveu até a idade exata x
${}_np_x$	Probabilidade de sobrevivência no grupo em observação entre as idades x (inclusive) e $x+n$ (exclusive) anos, dado que sobreviveu até a idade exata x
T_x	Número de pessoas-anos vivido pela população em observação a partir da idade exata x
e_x	Número médio de anos vividos por um indivíduo da população em observação a partir da idade exata x .